石橋研究会 入会試験問題

B 日程：2025 年 3 月 25 日

[ミクロ経済学]

以下の設問のすべてに解答しなさい。どの問題から解答してもかまわない。なお、[ ] 内に配点が記されている。（100 点満点）

1. 生産関数が $y = 2{x_1}^{\frac{1}{2}}{x_2}^{\frac{1}{2}}$ で、生産要素価格はそれぞれ $w_1 = w_2 = 4$ である。ここで、x_1 は可変的であるが x_2 が固定されている場合を短期、x_1 と x_2 の双方が可変的な場合を長期とする。このとき、以下の問いに答えよ。[計 16 点]
   - (a) $x_2 = \overline{x}_2$ として、短期の総費用関数 $STC(y)$ を求めよ。[2 点]
   - (b) 短期限界費用 $SMC(y)$, 短期平均費用 $SAC(y)$ を求めよ。[2 点]
   - (c) 長期の総費用関数 $LTC(y)$ を求めよ。[6 点]
   - (d) 長期限界費用 $LMC(y)$, 長期平均費用 $LAC(y)$ を求めよ。[2 点]
   - (e) $\overline{x}_2 = 1$ および $\overline{x}_2 = 2$ のときの 2 本の短期総費用曲線と、長期総費用曲線とを、たがいの関係が明確になるように図示せよ。[4 点]

2. 2 財 x_1, x_2 と 2 消費者 A, B からなる純粋交換経済で、効用関数は個人 A が $u^A(x_1^A, x_2^A) = (x_1^A)^a(x_2^A)^{1-a}$ で個人 B が $u^B(x_1^B, x_2^B) = (x_1^B)^b(x_2^B)^{1-b}$ であり、$0 < a, b < 1$ は定数である。初期保有量は個人 A が (ω_1^A, ω_2^A) で個人 B は (ω_1^B, ω_2^B) である。各財の価格を p_1, p_2 として、以下の問いに答えよ。[計 20 点]
   - (a) $m^A = p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A$ および $m^B = p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B$ とおいて各個人の予算制約式を示し、さらに各個人の効用最大化のための条件を示せ。[6 点]
   - (b) (a) の結果から、各個人の各財に対する需要 $x_1^A(p_1, m^A),\ x_2^A(p_2, m^A),\ x_1^B(p_1, m^B),\ x_2^B(p_2, m^B)$ を求めよ。[8 点]
   - (c) (b) の結果と m^A, m^B の表現を用いて第 1 財の総超過需要関数 $z_1(p_1, p_2)$ を求め、競争均衡価格 $(p_1/p_2)^*$ を求めよ。[6 点]

3. 逆需要関数が $p = a - q$ で独占企業の費用関数が $C(q) = q^2$ のとき、以下の問いに答えよ。[計 16 点]
   - (a) 独占企業の利潤を最大にする生産量 q^m と独占価格 p^m を求めよ。[4 点]
   - (b) 均衡での限界費用 $MC(q^m)$ とラーナー指数 L を求めよ。[4 点]
   - (c) 均衡での消費者余剰 CS^m, 生産者余剰 PS^m, 総余剰 TS^m を求めよ。[4 点]
   - (d) 完全競争企業として行動したときの生産量 q^c と総余剰 TS^c, および独占による死荷重 DWL を求めよ。[4 点]

4. 公企業 (企業 0) と私企業 (企業 1) からなる同質財の複占市場を考える。逆需要関数は $p = a - Q$ で、各企業の費用関数は $C(q_i) = cq_i$ である。限界費用 $c > 0$ は定数で、$Q = q_0 + q_1$ は総生産量である。私企業の企業 1 は利潤 $\pi_1 = [p(Q) - c]q_1$ を最大にする q_1 を選択するが、公企業の企業 0 は総余剰と利潤の加重平均 $V_0 = \theta W + (1-\theta)\pi_0$ とを最大にする q_0 を選択する。ここで、$W = \int_0^Q p(x)dx - cQ$ である。$a > c$ として、以下の問いに答えよ。[計 20 点]

   (a) 各企業の反応関数を求めよ。また、θ が $[0, 1]$ 区間で変化するとき、(q_0, q_1) 平面で反応曲線がどうシフトするか示せ。[10 点]

   (b) 均衡での生産量 $(q_0^*(\theta), q_1^*(\theta))$ を求め、さらに総生産量 $Q^*(\theta)$ を求めよ。[6 点]

   (c) 総余剰 W が最大になる効率的な総生産量 $\widetilde{Q}$ を求め、Q^* と比較せよ。[2 点]

   (d) θ が増加したとき Q^* はどのように変化するか。また $\theta = 1$ のときに効率的な状態がもたらされることを示せ。[2 点]

5. 私的財を x_i, 公共財を G として消費者 i の効用関数が $u_i(x_i, G) = \log_e x_i + \log_e G$ である。各消費者の当初の所得は 1 で、そこから公共財のために g_i だけ私的財を供給する状況を考える。消費者の総数を I とし、公共財の量は $G = \sum_{i=1}^{I} g_i$ となる。このとき、以下の問いに答えよ。[計 16 点]

   (a) 個人 i の効用 u_i を $(g_1, \cdots, g_I)$ の関数として表現せよ。[2 点]

   (b) 効用最大化の条件を示し、対称性 $(g_1 = \cdots = g_I \equiv g)$ を用いてナッシュ均衡での g^* および公共財の供給量 $G^* = \sum_{i=1}^{I} g_i^*$ を求めよ。[6 点]

   (c) 公共財は均等に負担する $(g_i = G/I)$ としたとき、功利主義型の社会的厚生関数 $W = \sum_{i=1}^{I} u_i$ を G の関数として表現せよ。[2 点]

   (d) W を最大にする G^0 を求めよ。さらに G^0/G^* は I が大きくなったときどのようになるか。[6 点]

6. 2 人の個人 A, B が存在し、状態 1 では個人 A の所得は 1, 個人 B の所得は 4, 状態 2 では個人 A の所得は 4, 個人 B の所得は 1 とする。確率 $\frac{1}{3}$ で状態 1 が生じ、$\frac{2}{3}$ で状態 2 が生じるとする。確実に得られる所得をそれぞれ q_A, q_B とするとき、個人 A の効用関数は $u_A = q_A$ で個人 B の効用関数は $u_B = \sqrt{q_B}$ である。このとき、以下の問いに答えよ。[計 12 点]

   (a) 各個人の期待所得 $\mathrm{E}\, q_A$, $\mathrm{E}\, q_B$, 期待効用 $\mathrm{E}\, u_A$, $\mathrm{E}\, u_B$, 確実同値額 q_A^*, q_B^*, リスクプレミアム R_A, R_B を求めよ。[4 点]

   (b) 状態 1 が生じれば個人 B が個人 A に対して所得 x を譲渡し、状態 2 が生じれば個人 A が個人 B に対して所得 y を譲渡するという契約 (x, y) を考える。このときの両者の期待効用 $\mathrm{E}\, u_A$, $\mathrm{E}\, u_B$ を求め、パレート効率性のために (x, y) がみたすべき条件を求めよ。[8 点]