

石橋研究会 入会試験問題

A 日程：2025 年 3 月 13 日

[ミクロ経済学]

以下の設問のすべてに解答しなさい。どの問題から解答してもかまわない。なお、[] 内に配点が記されている。(100 点満点)

- ある個人の効用関数が消費財の数量 x と余暇の量 l とに依存し、 $u(x, l) = xl$ で与えられる。消費財の価格は p 、賃金率は w で、消費財を価値尺度財、つまり $p = 1$ とする。 L を労働供給量とすると、 $l = 24 - L$ が成り立つ。この消費者にとって、労働所得以外の所得はゼロとする。このとき、以下の問いに答えよ。[計 15 点]
 - この消費者に対して一括税 T が課されるとき予算制約式を表現し、労働供給関数を求めよ。[5 点]
 - 所得 1 単位あたり税率 t の所得税が課されるとき予算制約式を表現し、労働供給関数を求めよ。[5 点]
 - (b) の状況での税収 R を求めよ。この R と (a) での T が等しいとき、労働供給量は一括税と所得税でどちらの方が大きくなるか答えよ。[5 点]
- 市場需要関数が $D(p) = 100 - p$ である。企業の総費用関数は $C(y_j) = \frac{1}{2}y_j^2 + 2$ で、同じ総費用関数をもつ J 個の企業が存在し、それぞれプライステイカーである。このとき、以下の問いに答えよ。[計 18 点]
 - 各企業の供給関数 $S_j(p)$ を求めよ。[3 点]
 - 企業数 J が与えられている短期の市場供給関数 $S(p)$ を求め、均衡価格 p^* を求めよ。また J が増加したとき、 p^* はどのように変化するかを示せ。[8 点]
 - 短期における各企業の生産量 y_j^* と利潤 π^* を求めよ。[4 点]
 - 参入・退出が自由な長期の均衡企業数 J^* を求めよ。[3 点]
- 2財・2消費者の純粋交換経済で、効用関数は個人 A が $u^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + \ln x_2^A$ で個人 B が $u^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B + 2 \ln x_2^B$ である ($\ln x$ は x の自然対数を表す)。初期保有ベクトルは個人 A が (ω_1^A, ω_2^A) で個人 B は (ω_1^B, ω_2^B) である。また、 $\omega_1 = \omega_1^A + \omega_1^B$ 、 $\omega_2 = \omega_2^A + \omega_2^B$ とする。各財の価格を p_1, p_2 として、以下の問いに答えよ。[計 22 点]
 - 各個人の予算制約式と効用最大化のための条件を示せ。[6 点]
 - (a) の結果から、各個人の第 2 財に対する需要 x_2^A, x_2^B を求めよ。 $(x_1^A, x_1^B$ は求めなくてよい。) さらに、競争均衡価格 $(p_1/p_2)^*$ を求めよ。[6 点]
 - 契約曲線を求め、エッジワース・ボックスで図示せよ。[5 点]

(d) 効用フロンティアを求め、図示せよ。[5点]

4. ある独占企業が2つのグループの消費者に同一の財を差別的に供給しており、Aグループの消費者の逆需要関数が $p^A(q^A)$ 、Bグループの消費者のそれが $p^B(q^B)$ である。費用は総生産量 $q^A + q^B$ の関数として $C(q^A + q^B)$ である。このとき、以下の問に答えよ。[計15点]

(a) 独占企業は利潤 $\pi = p^A(q^A)q^A + p^B(q^B)q^B - C(q^A + q^B)$ を最大にする (q^A, q^B) を選択する。そのための条件を表現せよ。[6点]

(b) 各グループの需要の価格弾力性 $\varepsilon^i = -(p^i/q^i)(dq^i/dp^i) = -p^i/(q^i p^{i'})$ ($i = A, B$)を用いて、(a)の条件を変形せよ。[6点]

(c) $\varepsilon^A > \varepsilon^B$ のとき p^A と p^B の大小関係はどのようになるか。(b)の結果によって説明せよ。[3点]

5. ある授業では相対評価が行われている。履修している学生の総数は N で、学生 i がこの科目の学習に費やす時間を e_i とする。学習時間の平均を $\bar{e} = \sum_{i=1}^N e_i/N$ とすると、学生 i の便益は

$$v\left(\frac{e_i}{\bar{e}}\right) = \ln\left(\frac{e_i}{\bar{e}}\right) = \ln e_i - \ln \bar{e}$$

によって与えられる($\ln x$ は x の自然対数を表す)。これはクラスの中での相対的なパフォーマンス e_i/\bar{e} によって評価が行われることを意味する。努力費用は $c(e_i) = e_i$ で、学生 i の利得は $u_i = v(e_i/\bar{e}) - c(e_i)$ である。このとき、以下の問に答えよ。[計15点]

(a) これは負の外部効果の一例である。ここでの外部効果の内容を言葉で説明せよ。[3点]

(b) ナッシュ均衡の条件を求め、対称性($e_1 = \dots = e_N$)を用いて均衡での学習時間 \hat{e}_i を求めよ。また、均衡での利得 \hat{u}_i を求めよ。[6点]

(c) 学生全体の総余剰 $\sum_{i=1}^N [u(e_i/\bar{e}) - c(e_i)]$ の最大化(パレート効率性)のための条件を示し、対称性を用いてパレート効率的な学習時間 e_i^* を求めよ。また、そのときの利得 u_i^* を求めよ。[6点]

6. 労働者の努力水準を e としたときに、企業の収入が $R = e$ となるとする。労働者の努力の費用は $c(e) = (1/2)e^2$ である。企業が労働者に w を支払うとき、企業の利得は $\pi = R - w$ で労働者の利得は $u = w - c(e)$ である。このとき、以下の問に答えよ。[計15点]

(a) 企業の利得と労働者の利得の和が最大となる努力水準を求めよ。[3点]

(b) 企業が固定賃金 $w = \alpha$ (α は定数)を提示したとき、労働者が選択する努力水準を求めよ。また、そのときの企業の利得および労働者の利得を求めよ。[4点]

(c) 企業が線形の賃金スケジュール $w = \alpha + \beta R$ (α, β は定数で $\beta > 0$)を提示したとき、労働者が選択する努力水準を求めよ。また、そのときの企業の利得および労働者の利得を求めよ。[4点]

(d) 線形の賃金スケジュールによって(a)での結果を実現するためには、企業は β をどんな値に設定すべきか。また、労働者は利得が負であれば会社をやめてしまうとすれば(つまり企業は $u \geq 0$ という制約をみたさなければならない)、企業は α をどんな値に設定するのが望ましいか。[4点]