

ミクロ経済学初級II 練習問題5 解答

石橋 孝次

5. 不確実性と情報

1. $E x = \frac{1}{10} \cdot 100 + \frac{9}{10} \cdot 900 = 820$, $E u = \frac{1}{10} \sqrt{100} + \frac{9}{10} \sqrt{900} = 28$ である。確実同値額は期待効用と同じ効用を得るのに必要な確実な所得だから、 $\sqrt{x^*} = 28$ より、 $x^* = 784$ である。リスクプレミアムはくじの期待値と確実同値額との差額だから、 $R = E x - x^* = 820 - 784 = 36$ である。

2. (a) $x_1 = y_1 + (1 - h)K$, $x_2 = y_2 - hK$.

(b) $E u = p \log_e(y_1 + (1 - h)K) + (1 - p) \log_e(y_2 - hK)$.

- (c) 期待効用 $E u$ を K について微分してゼロとおくと、

$$p \frac{1}{x_1} (1 - h) + (1 - p) \frac{1}{x_2} (-h) = 0$$

となり、これは $p(1 - h)x_2 = (1 - p)hx_1$ と整理される。

- (d) (a) の結果を (c) の結果に代入すると、 $p(1 - h)(y_2 - hK) = (1 - p)h(y_1 + (1 - h)K)$ となり、これを K について解けば、

$$K = \frac{p}{h} y_2 - \frac{1 - p}{1 - h} y_1$$

が得られる。またこの K を (a) の結果に代入して、

$$x_1 = p \left(\frac{1 - h}{h} y_2 + y_1 \right), \quad x_2 = (1 - p) \left(y_2 + \frac{h}{1 - h} y_1 \right)$$

となる。

- (e) 保険会社の期待利潤は $E \pi = (h - p)K$ と表現され、自由参入がある場合には $E \pi = 0$ となるから、 $h = p$ つまり $K = y_2 - y_1$ が成り立つ。このとき、 $x_1 = x_2 = p y_1 + (1 - p) y_2$ となる (完全保険)。

3. (a) 経営者：リスク中立 ($v''(x - w) = 0$)、労働者：リスク回避 ($u''(w) < 0$)

- (b) 契約 $\{x_1 - w_1, x_2 - w_2; w_1, w_2\} = \{600, 600; 1600, 400\}$ の下での経営者の期待効用は

$$E v = \frac{1}{2} \cdot 600 + \frac{1}{2} \cdot 600 = 600$$

で、労働者の期待効用は

$$E u = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1600} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{400} = 30$$

である。

(c) 労働者にとって確実な所得で $E u = 30$ を実現するには、労働者の所得はどちらの状態でも 900 であることが必要である。このときの所得の配分方法は

$$\{x_1 - w_1, x_2 - w_2; w_1, w_2\} = \{1300, 100; 900, 900\}$$

となる。

(d) (c) の契約での経営者の期待効用は $E v = \frac{1}{2} \cdot 1300 + \frac{1}{2} \cdot 100 = 700$ となる。

(e) (b) および (c) のいずれの契約でも労働者の期待効用 $E u$ は同じであるが、経営者の期待効用 $E v$ は (c) の契約の方が大きいので、(c) の契約の方が効率的である。

4. (a) 参加制約は

$$0.5\sqrt{w_1} + 0.5\sqrt{w_2} - 1 \geq 4 \iff \sqrt{w_1} + \sqrt{w_2} \geq 10$$

となる。

(b) 参加制約が等号で成立し、最適契約は固定賃金 $w_1^* = w_2^*$ になることを用いると、 $w_1^* = w_2^* = 25$ となる。このとき、経営者の期待利得は $E v = 0.5(75) + 0.5(35) = 55$ となる。

(c) 誘因制約は

$$0.5\sqrt{w_1} + 0.5\sqrt{w_2} - 1 \geq 0.4\sqrt{w_1} + 0.6\sqrt{w_2} \iff \sqrt{w_1} - \sqrt{w_2} \geq 10$$

となる。

(d) 誘因制約と参加制約で不等号を等号として $\sqrt{w_1}$ および $\sqrt{w_2}$ について解くと、 $\sqrt{w_1} = 10$, $\sqrt{w_2} = 0$ となる。したがって、 $\hat{w}_1 = 100$, $\hat{w}_2 = 0$ となる。このとき、経営者の期待利得は $E v = 0.5(0) + 0.5(60) = 30$ となる。

5. (a) 企業の期待利潤は $\frac{1}{2} \cdot 200 + \frac{1}{2} \cdot 40 - w$ であり、これがゼロとなるから $w = 120$ となる。これは \bar{w}_H よりも大きいので、タイプ H , タイプ L はどちらも雇用され、均衡価格は $w^* = 120$ である。

(b) $w = 120$ は \bar{w}_H よりも低く、この賃金で働こうとするのはタイプ L だけである。タイプ L だけが残った場合、企業の収益は 40 となるため、均衡賃金は $w^* = 40$ となる。

(c) タイプ L が c を選択せず 0 を選択するためには $200 - 40c \leq 40$ が必要で、タイプ H が 0 を選択せず c を選択するためには $200 - 10c \geq 40$ が必要なので、求める条件は $4 \leq c \leq 16$ である。