

## ミクロ経済学初級II 練習問題2

石橋 孝次

### 2. ゲーム理論

#### 授業の復習

1. 現実の社会に存在しているゲームの例を1つ挙げ、プレイヤー・戦略・利得がどのようになっているか説明しなさい。
2. 現実の社会で囚人のジレンマがあてはまる状況の例を挙げなさい。
3. じゃんけんのゲームのナッシュ均衡はどのようになるか説明しなさい。
4. コミットメントとは何か、またそれがどのようなときに有効になるか説明しなさい。
5. 囚人のジレンマの無限繰り返しゲームを考える。トリガー戦略とはどのようなものか説明し、おたがいに協調するために必要な条件について説明しなさい。

#### 計算問題

1. 以下のそれぞれの戦略型ゲームについて、純戦略でのナッシュ均衡を示せ。

(a)	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><i>L</i></td> <td style="text-align: center;"><i>R</i></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><i>U</i></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">3, 3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0, 5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><i>D</i></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">5, 0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1, 1</td> </tr> </table>		<i>L</i>	<i>R</i>	<i>U</i>	3, 3	0, 5	<i>D</i>	5, 0	1, 1	(b)	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><i>L</i></td> <td style="text-align: center;"><i>R</i></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><i>U</i></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1, 1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0, 2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><i>D</i></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2, 0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">-1, -1</td> </tr> </table>		<i>L</i>	<i>R</i>	<i>U</i>	1, 1	0, 2	<i>D</i>	2, 0	-1, -1	(c)	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><i>L</i></td> <td style="text-align: center;"><i>R</i></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><i>U</i></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2, 1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0, 2</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><i>D</i></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1, 2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">3, 0</td> </tr> </table>		<i>L</i>	<i>R</i>	<i>U</i>	2, 1	0, 2	<i>D</i>	1, 2	3, 0
	<i>L</i>	<i>R</i>																														
<i>U</i>	3, 3	0, 5																														
<i>D</i>	5, 0	1, 1																														
	<i>L</i>	<i>R</i>																														
<i>U</i>	1, 1	0, 2																														
<i>D</i>	2, 0	-1, -1																														
	<i>L</i>	<i>R</i>																														
<i>U</i>	2, 1	0, 2																														
<i>D</i>	1, 2	3, 0																														

2. 自動車メーカーである A 社と B 社が新しい電気自動車の市場に参入を企てている状況を考える。各社の参入の意思決定に応じて、それぞれの利得は数字を億単位として以下のようになっている。

		<i>B</i> 社	
		参入する	参入しない
<i>A</i> 社	参入する	10, -40	250, 0
	参入しない	0, 200	0, 0

- (a) 各社が同時に参入の意思決定を行う場合、どちらの企業が参入することになるか。
  - (b) 政府が B 社の参入に対して 50 億円の補助金を支給する場合、結果はどのようになるか。
3. 次のような戦略型ゲームを考える。

	<i>L</i>	<i>R</i>
<i>U</i>	<i>a, b</i>	<i>c, d</i>
<i>D</i>	<i>e, f</i>	<i>g, h</i>

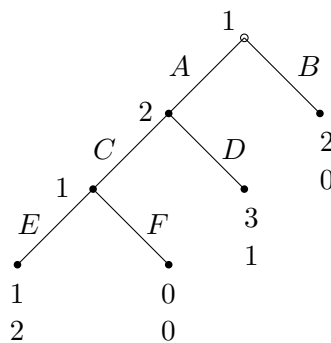
- (a)  $U$  および  $L$  がともに強い支配戦略となるための条件 (4つの不等式) を示せ。
- (b)  $(U, L)$  がナッシュ均衡となるための条件を示せ。
- (c)  $U$  および  $L$  がともに強い支配戦略のとき、 $(U, L)$  はナッシュ均衡かどうか答えよ。
- (d) 純戦略のナッシュ均衡が存在しないための条件を示せ。

4. 次のような男女の争いのゲームを考える。

	$B$	$T$
$B$	2, 1	0, 0
$T$	0, 0	1, 2

- (a) プレイヤー 2 が  $B$  をとる確率を  $q$  ( $T$  をとる確率は  $1 - q$ ) とする。プレイヤー 1 が確率 1 で  $B$  をとるときの期待利得  $E_B(q)$  および確率 1 で  $T$  をとるときの期待利得  $E_T(q)$  を求めよ。また  $E_B(q)$  と  $E_T(q)$  を比較し、プレイヤー 1 の最適反応  $R_1(q)$  を  $(p, q)$  平面上に図示せよ。
- (b) プレイヤー 1 が  $B$  をとる確率を  $p$  ( $T$  をとる確率は  $1 - p$ ) とする。プレイヤー 2 が確率 1 で  $B$  をとるときの期待利得  $F_B(p)$  および確率 1 で  $T$  をとるときの期待利得  $F_T(p)$  を求めよ。また  $F_B(p)$  と  $F_T(p)$  を比較し、プレイヤー 2 の最適反応  $R_2(p)$  を  $(p, q)$  平面上に図示せよ。
- (c) 混合戦略の範囲内でのナッシュ均衡  $(p^*, q^*)$  を求めよ。

5. 次のような展開型ゲームを考える。ただし、1, 2 はプレイヤーの番号を表し、利得については上の数字がプレイヤー 1 の利得で、下の数字がプレイヤー 2 の利得を表している。



- (a) このゲームの戦略型を表現せよ。
- (b) その戦略型ゲームにもとづいて、ナッシュ均衡を示せ。
- (c) 後ろ向き帰納法を用いて、部分ゲーム完全均衡を示せ。

6. 問題 1(a) の囚人のジレンマを無限に繰り返しプレイするゲームを考える。双方のプレイヤーの割引因子を  $\delta$  ( $0 < \delta < 1$ ) とするとき、 $(U, L)$  を実現するためのトリガー戦略がナッシュ均衡となるための条件を示しなさい。