# ミクロ経済学初級II　練習問題1 解答

石橋 孝次

## 1. 市場均衡と効率性

1. (a) 個人 $A, B$ それぞれの予算制約式は

$$p_1 x_1^A + p_2 x_2^A \;=\; 90p_1, \tag{1}$$

$$p_1 x_1^B + p_2 x_2^B \;=\; 60p_2. \tag{2}$$

(b) 個人 $A, B$ それぞれの効用最大化のための条件は、

$$\frac{\frac{\partial u^A}{\partial x_1^A}}{\frac{\partial u^A}{\partial x_2^A}} \;=\; \frac{2x_1^A x_2^A}{(x_1^A)^2} = \frac{2x_2^A}{x_1^A} = \frac{p_1}{p_2}, \tag{3}$$

$$\frac{\frac{\partial u^B}{\partial x_1^B}}{\frac{\partial u^B}{\partial x_2^B}} \;=\; \frac{(x_2^B)^2}{2x_1^B x_2^B} = \frac{x_2^B}{2x_1^B} = \frac{p_1}{p_2}. \tag{4}$$

(c) (3) より、$x_2^A = (p_1/2p_2)x_1^A$ となり、これを (1) に代入すると、$x_1^A = 60$ が求まる。よって、$x_2^A = 30p_1/p_2$ となる。同様に、(4) より $x_2^B = (2p_1/p_2)x_1^B$ となり、これを (2) に代入すると、$x_1^B = 20p_2/p_1$ が求まる。よって、$x_2^B = 40$ となる。したがって、各個人の各財に対する超過需要は

$$x_1^A - \omega_1^A \;=\; 60 - 90 = -30, \quad x_2^A - \omega_2^A = \frac{30p_1}{p_2},$$

$$x_1^B - \omega_1^B \;=\; \frac{20p_2}{p_1}, \quad x_2^B - \omega_2^B = 40 - 60 = -20.$$

(d) 各財の総超過需要関数は、

$$z_1(p_1, p_2) \;=\; x_1^A - \omega_1^A + x_1^B - \omega_1^B = \frac{20p_2}{p_1} - 30, \tag{5}$$

$$z_2(p_1, p_2) \;=\; x_2^A - \omega_2^A + x_2^B - \omega_2^B = \frac{30p_1}{p_2} - 20. \tag{6}$$

(5) および (6) において、$p_1, p_2$ をそれぞれ $t > 0$ 倍しても $z_i$ $(i = 1, 2)$ の値は変化しない。よって、ゼロ次同次性が成立している。また、$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) = 0$ となるから、ワルラス法則が成立している。

(e) (5) および (6) より、$z_i(p_1, p_2) = 0$ なら、$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^* = \frac{2}{3}$ となる。このとき、$x_2^A = 20, x_1^B = 30$ だから、均衡では個人 $A$ が第 1 財を 30 単位個人 $B$ に売り、第 2 財を 20 単位個人 $B$ から購入する。

2. (a) 個人 $A, B$ それぞれの予算制約式は $p_1 x_1^A + p_2 x_2^A = p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A$, $p_1 x_1^B + p_2 x_2^B = p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B$ で、効用最大化のための条件は、

$$MRS_{12}^A = \frac{\frac{1}{x_1^A}}{1} = \frac{1}{x_1^A} = \frac{p_1}{p_2}, \quad MRS_{12}^B = \frac{\frac{2}{x_1^B}}{1} = \frac{2}{x_1^B} = \frac{p_1}{p_2}$$

となる。

(b) (a) から、$x_1^A = \frac{p_2}{p_1},\ \ x_1^B = \frac{2p_2}{p_1}$ が求まる。また $z_1(p_1, p_2) = \frac{p_2}{p_1} + \frac{2p_2}{p_1} - \omega_1 = 0$ より、均衡価格は $(p_1/p_2)^* = 3/\omega_1$ となる。

(c) パレート効率性の条件 $MRS_{12}^A = MRS_{12}^B$ $(1/x_1^A = 2/x_1^B)$ と $x_1^A + x_1^B = \omega_1$ を用いると、契約曲線は $x_1^A = \omega_1/3$ となる (図は省略)。

3. (a) $MRS_{lx} = \frac{x}{l}$ と $f'(L) = 2$ が等しくなることがパレート効率性の条件だから、$x = 2l$ が成り立つ。生産物市場の需給均衡条件 $x = y$ より $2l = 2L \ \Leftrightarrow\ l = L$ となる。これと $l = 24 - L$ より、$l^* = 12,\ x^* = 24$ となる。

(b) $MRS_{lx} = \frac{1}{2},\ f'(L) = \frac{3}{2\sqrt{L}}$ より、$L^* = 9$ となる。よって $l^* = 24 - 9 = 15,\ x^* = 9$ となる。

4. (a) 利潤は $\pi = py - wL = p\sqrt{L} - wL$ と表現でき、利潤最大化の条件は

$$\frac{d\pi}{dL} = \frac{1}{2}\,p\,L^{-\frac{1}{2}} - w = 0$$

である。

(b) 利潤最大化の条件を $L$ について解くと、労働需要関数 $L = L^D(p, w) = p^2/4w^2$ が得られる。これを生産関数に代入して、生産物供給関数 $y = S(p, w) = p/2w$ が求まる。さらに労働需要関数と生産物供給関数を利潤に代入すると、利潤関数 $\pi = \pi(p, w) = p^2/4w$ が得られる。

(c) 予算制約式は $px + wl = 24w + \pi$ で、効用最大化の条件は

$$MRS_{lx} = \frac{x}{2l} = \frac{w}{p}$$

である。

(d) 効用最大化の条件から $x = 2wl/p$ となり、これと利潤関数とを予算制約式に代入して $l$ について解くと余暇需要関数

$$l = l^D(p, w) = 8 + \frac{p^2}{12w^2}$$

が得られる。これを $x = 2wl/p$ に代入して、消費財需要関数

$$x = D(p, w) = \frac{16w}{p} + \frac{p}{6w}$$

が求まる。さらに余暇需要関数を $L = 24 - l$ に代入すると、労働供給関数

$$L = L^S(p, w) = 16 - \frac{p^2}{12w^2}$$

が得られる。

(e) 労働市場の需給均衡の条件 $L^D(p, w) = L^S(p, w)$ から、均衡価格は $(p/w)^* = 4\sqrt{3}$ となる（生産物市場の需給均衡条件 $D(p, w) = S(p, w)$ を用いても同じ結果が得られることを確認せよ）。このときの消費財の量は $2\sqrt{3}$ で、余暇の量は 12 である。